.

Problemas de Química Física III (2019/20) resueltos números 9, 13, 17, 21 y 22

Soluciones:

- Cuando cierto metal se irradia con luz de frecuencia 3.0×10^{16} s^{-1}, los fotoelectrones emitidos tienen una energía cinética doce veces mayor que los fotoelectrones emitidos cuando el mismo metal se irradia con luz de frecuencia 2.0×10^{16} s^{-1} ¿Cuál será la frecuencia umbral del metal?.

  Solución:

  $$\nu_1 = 3.0 \times 10^{16} \text{ Hz} \rightarrow T_1 = 12T_2$$
  $$\nu_2 = 2.0 \times 10^{16} \text{ Hz} \rightarrow T_2$$

  Como $h\nu_1 = T + \phi_0 = T + h\nu_0$, tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

  $$h\nu_1 = T_1 + h\nu_0 \rightarrow h\nu_1 = 12T_2 + h\nu_0$$
  $$h\nu_2 = T_2 + h\nu_0 \rightarrow 12 \times (h\nu_2 = T_2 + h\nu_0)$$

  por lo que restándolas

  $$h(12\nu_2 - \nu_1) = 11h\nu_0 \rightarrow \nu_0 = \frac{12\nu_2 - \nu_1}{11} = 1.909 \times 10^{16} \text{ Hz}$$

- Calcular el potencial de ionización del átomo de hidrógeno cuando el electrón ocupa la órbita con número cuántico principal igual a 5.

  Solución:

  En este caso $n_1 = 5$ y $n_2 = \infty$:

  $$\tilde{\nu} = R_H \frac{1}{5^2} \rightarrow E = h\nu = hc\tilde{\nu} = \frac{hcR_H}{25} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J s} \times 2.998 \times 10^8 \text{ m/s} \times 109677.5856 \text{ cm}^{-1}}{25} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}}$$
  $$= 8.715 \times 10^{-20} \text{ J} = 8.715 \times 10^{-20} \text{ J} \times \frac{1 \text{ eV}}{1.6022 \times 10^{-19} \text{ J}} = 0.5439 \text{ eV}$$

- Verificar que si Ψ es una solución de la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo, entonces $c\Psi$ es también solución siendo c una constante.

  Solución: Si Ψ es solución de $i\hbar\partial\Psi/\partial t = \hat{H}\Psi$, entonces $c\Psi$ también, ya que, debido a que el Hamiltoniano es lineal, se cumple

  $$i\hbar\partial c\Psi/\partial t = \hat{H}c\Psi$$
  $$ci\hbar\partial\Psi/\partial t = c\hat{H}\Psi$$

  donde pueden simplificarse las c y tenemos la ecuación de Schrödinger original.

- Hallar la longitud de onda de la luz emitida cuando una partícula de 1.0×10^{-27} g en una caja monodimensional de 30 nm pasa del nivel $n = 2$ al nivel $n = 1$.

  Solución:

  Los niveles de energía de una caja monodimensional son: $E_n = \frac{h^2}{8ma^2}n^2$, que permite obtener la energía de la transición

  $$E = E_2 - E_1 = \frac{h^2}{8ma^2}\left(2^2 - 1^2\right) = \frac{3h^2}{8ma^2}$$

  de donde se puede obtener la frecuencia de la luz emitida

  $$\nu = E/h = \frac{3h}{8ma^2} = \frac{3 \times 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}}{8 \times 10^{-27} \text{ g} \times (30 \times 10^{-9} \text{ m})^2}\frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} = 2.761 \times 10^{11} \text{ Hz}$$

  y la longitud de onda $\lambda = \dfrac{c}{\nu} = \dfrac{2.998 \times 10^8 \text{ m/s}}{2.761 \times 10^{11} \text{ Hz}} = 1.086 \times 10^{-3} \text{ m} = 1.086 \text{ mm}$

- Calcular la energía en electronvoltios (eV) de los niveles $n = 1, 2$ y 3 de un electrón en una caja de potencial monodimensional de longitud $a = 560$ pm.

  Solución:

  Los niveles de energía de una caja monodimensional son: $E_n = \frac{h^2}{8ma^2} n^2$, que permite obtener la energía de los niveles:

$$E_1 = \frac{h^2}{8m_e a^2} = \frac{(6.626 \times 10^{-34} \text{ J s})^2}{8 \times 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg} \times (560 \times 10^{-12} \text{ m})^2} = 1.921 \times 10^{-19} \text{ J} \times \frac{1 \text{ eV}}{1.6022 \times 10^{-19} \text{ J}} = 1.20 \text{ eV}$$

  Si expresamos la energía del estado n en función de la energía del estado fundamental $E_n = E_1 \, n^2$:

$$E_2 = 4E_1 = 4.80 \text{ eV}$$

$$E_3 = 9E_1 = 10.80 \text{ eV}$$