INCERTIDUMBRES DE MEDIDA Y TRATAMIENTO DE DATOS EXPERIMENTALES

1.-MEDIDAS EXPERIMENTALES

Todo proceso de medida, tanto directo como indirecto, de un determinado parámetro, lleva asociado un cierto **error.** Se llama **error de la medida** a la diferencia entre el valor real y el valor medido. El error es siempre desconocido, ya que no conocemos el valor verdadero; sin embargo, se puede estimar una cota superior para el valor del error. A esta cota se le denomina **incertidumbre** de la medida. Por comodidad, es muy frecuente utilizar la palabra error para referirse a la incertidumbre de la medida.

Medida EXPERIMENTAL ± Incertidumbre

Así, por ejemplo, podemos encontrarnos con que un experimento ha medido la aceleración de la gravedad, obteniendo como resultado (9,51 ± 0,45) m/s^2 . Debemos entonces entender que, si bien debido a las imprecisiones asociadas al experimento no se puede asegurar que el valor de la aceleración de la gravedad sea 9,51 m/s^2 , sí podemos afirmar que, como mucho, nos estamos equivocando en 0,45 m/s^2 , ya sea por exceso o por defecto.

2.-TIPOS DE INCERTIDUMBRES ASOCIADAS AL PROCESO DE MEDIDA

Sistemáticas: Aparatos mal calibrados, vidrios dilatados por calentamiento, equipos mal cuidados, errores de método, etc.

Personales: Inexperiencia del operador, equivocación de un reactivo, lecturas erróneas, brusquedad en el uso de aparatos, etc.

→ EVITABLES

(SE DETECTAN Y SE REPITE LA MEDIDA)

Instrumentales o de escala: Debido a la sensibilidad de los dispositivos de medida.

Aleatorias o estadística : Reflejan la dispersión de la magnitud al repetir su medida

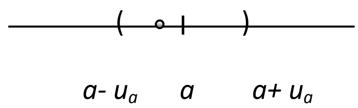
→ INEVITABLES

3.-LA INCERTIDUMBRE EN LA MEDIDA

3.1.1.-Incertidumbres absolutas y relativas

Incertidumbre **absoluta**. Dada una medida experimental de una magnitud, *a*, y una incertidumbre absoluta, u_a; el valor verdadero, *A*, debe estar contenido, con razonable certeza, dentro del siguiente intervalo:

$$a + u_a \geq A \geq a - u_a$$



Incertidumbre **relativa**. Es el cociente entre la incertidumbre absoluta y el valor de la medida

$$u_r = \frac{u_a}{a}$$

La incertidumbre relativa es una cantidad adimensional que nos informa de la precisión de la medida. Suele expresarse (multiplicándola por 100) como porcentaje.

En el ejemplo visto en el apartado 1, la incertidumbre absoluta en la determinación de la gravedad es de 0,45 m/s^2. La incertidumbre relativa es del orden del 5% (4,73%).

Para expresar el resultado de una medida, siempre se utiliza la incertidumbre ABSOLUTA. En los apartados que siguen, aprenderemos a calcular las **incertidumbres absolutas aleatorias y de escala** (dado que suponemos que las evitables han sido evitadas). Una vez que las hayamos calculado, expresaremos la incertidumbre total **sumando ambas.**

Atención

INCERTIDUMBRE absoluta TOTAL = INCERTIDUMBRE ESCALA + INCERTIDUMBRE ALEATORIA

3.1.2.-Otros términos

Exactitud. Es un concepto cualitativo relacionado con la diferencia entre el valor medido y el valor verdadero (error) o un valor de referencia aceptado. Frases como: «la exactitud del termómetro es 2 ^{o}C» son incorrectas. Sin embargo, decir «la incertidumbre del termómetro es 2 ^{o}C» es correcto.

Precisión. Grado de concordancia entre resultados de ensayos independientes obtenidos en condiciones estipuladas (predeterminadas). La precisión puede obtenerse en condiciones de repetitividad o de reproducibilidad.

En la figura 1 comparamos los conceptos de precisión/incertidumbre con exactitud/error.

Repetitividad de las medidas. Precisión de los resultados de medidas independientes, obtenidos con el mismo método y en idénticas condiciones experimentales en un periodo corto de tiempo. Aquí el concepto idéntico incluye el mismo observador, instrumento de medida, lugar y procedimiento así como la cercanía en el tiempo. Un aparato preciso es un aparato repetitivo (diferentes medidas de una misma magnitud bajo las mismas condiciones conducen al mismo resultado).

Reproducibilidad de las medidas. Precisión de los resultados de medidas independientes llevadas a cabo con la misma muestra y el mismo método, pero bajo condiciones experimentales diferentes (observador, instrumento de medida) o a lo largo de un periodo de tiempo prolongado.

Resolución o sensibilidad. Es el menor cambio en la medida que puede detectar un aparato de medida.

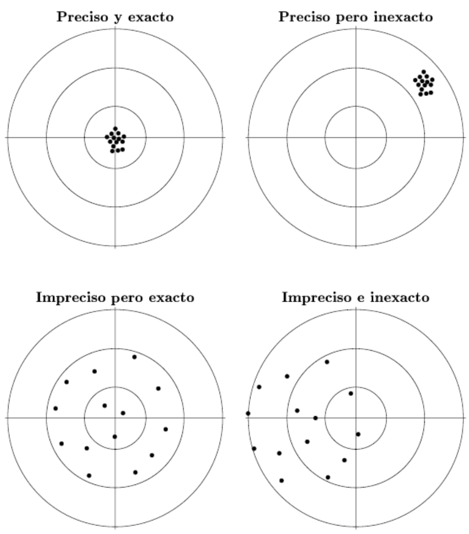


Figura 1. Diferencia entre precisión/incertidumbre y exactitud/error

4.-CALCULO DE INCERTIDUMBRES

Las incertidumbres, tanto de escala como aleatorias, son inevitables, van implícitas al proceso de medida y, por tanto, debemos saber calcularlas.

4.1.-Cálculo de la incertidumbre de escala

Los sistemas de medidas los podemos clasificar en analógicos y digitales

-En instrumentos **digitales**, el instrumento efectúa un redondeo electrónicamente, de manera que, se toma la incertidumbre de escala como una unidad de la última cifra mostrada.

Por ejemplo, balanza digital de dos cifras decimales: 24.08±0.01 g

- En instrumentos **analógicos**, la incertidumbre de escala es la mitad de la división mínima de su escala, es decir, la mitad de su sensibilidad.

Por ejemplo, si una pipeta es de un solo enrase, estando graduada de modo que su sensibilidad es una décima de mililitro, el error de escala será 0.05 ml y una medida se expresará 1.54±0.05 ml, donde el 5 se observa y el 4 se estima.

-**Otras.** Indicados por el fabricante: matraces, pipetas de doble enrase…

4.2.-Cálculo de la incertidumbre aleatoria

Para cuantificar estadísticamente esta incertidumbre debemos considerar dos tipos de experimentos: aquellos que consisten en determinar una cierta magnitud repitiendo el experimento muchas veces (por ej. medir 20 veces el tiempo que tarda un coche en recorrer una determinada distancia) y aquellos en los que dicha magnitud se obtiene a través de una representación que ponga de manifiesto una relación entre las dos variables.

4.2.1.-<u>Incertidumbre aleatoria en condiciones de repetitividad</u>

En este caso, tendremos un conjunto de valores de la misma magnitud con el que hallaremos la media:

$$\boxed{\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i}$$

Sin embargo el valor medio por sí solo no determina todas las propiedades de la distribución aleatoria y, ni mucho menos, representa el valor verdadero de la medida. Para completar la medida se necesita expresar la incertidumbre, u_x, de tal manera que el valor medido se exprese como:

$$\boxed{x = (\bar{x} \pm u_x)\ unidades}$$

La incertidumbre de la medida se puede relacionar con la desviación estándar de la distribución (s_x) y con la desviación estándar de la media ($s_{\bar{x}}$)

$$\boxed{s_x = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}}$$

$$\boxed{s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{N}}}$$

En la figura 2 mostramos que para una distribución gaussiana, la desviación estándar permite definir un intervalo en el cual el 68% de los casos x_i caen dentro de la banda $\bar{x}$±s_x y, en este sentido, se puede decir con razonable certeza que s_x puede representar la anchura de la distribución. Si se desea que el 95% de los datos se encuentren en la banda de fluctuación, entonces hay que extender la anchura y adoptar ésta como $2s_x$.

Rechazo de datos: A veces una medida presenta una gran desviación con relación al valor medio y se duda de su inclusión. Uno de los criterios para su desestimación es calcular la distancia con respecto a la media y si $|x - \bar{x}| \geq 2{,}5\ s_x$, se rechaza.

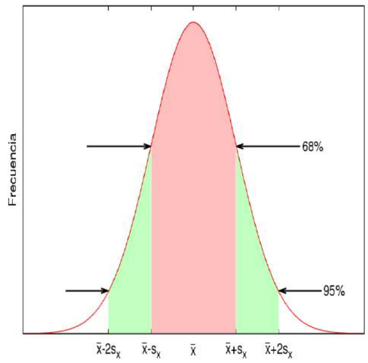


Figura 21. Distribución normal de las medidas alrededor de la media para un número suficientemente grande de medidas.

Con este ejemplo vemos que la expresión general de la incertidumbre depende de la fiabilidad α (es decir, de la probabilidad dada por 100α %), con la que queremos que estén representados los resultados experimentales, así como del número de datos, N.

La Estadística nos enseña que la incertidumbre aleatoria de un conjunto de medidas es proporcional a la desviación estándar de la media, que se multiplica por el valor de la función de distribución "t" de Student, $t_{1-\alpha}(f)$, para una fiabilidad α y $f = N - 1$ grados de libertad. Esto último permite tener en cuenta la dependencia de la incertidumbre con la fiabilidad deseada α y con el número de datos que se han medido, N.

$$\boxed{Incertidumbre\ aleatoria\ de\ un\ conjunto\ de\ N\ medidas}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{u_x = t_{1-\alpha}(N-1)s_{\bar{x}}}$$

Para simplificar, en este laboratorio definiremos como incertidumbre aleatoria a la desviación estándar de la media ($s_{\bar{x}}$), lo que equivale a considerar una t de Student igual a 1. Esto equivale a tomar como incertidumbre la anchura de un intervalo en el que, en general, puede decirse que se encuentra la magnitud con una probabilidad de aproximadamente 2/3.

$$\boxed{\boldsymbol{u_x = s_{\bar{x}}}}$$

Ejemplo 1

Supongamos que hemos realizado la medida de la temperatura de un cuerpo con un termómetro digital cuya resolución es 0.1 ºC, y hemos obtenido los resultados mostrados en la tabla 1:

Tabla 1: Medida de la temperatura de un cuerpo

T/ºC	*22.2*	*22.3*	*22.0*	*22.2*	*22.4*

Expresar la temperatura del cuerpo con una fiabilidad del 95%.

Nótese que en la tabla se describen las magnitudes junto con las unidades de medida, de tal manera que cada una de las casillas es el valor numérico que toma la magnitud que se representa. Así, por ejemplo, el primer valor de la temperatura se obtiene igualando su cabecera con su valor

$$T/^{o}C = 22.2$$

de donde, despejando, podemos obtener el valor de T = 22.2 ºC.

El valor medio vendrá dado por:

$$\bar{T} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} T_i = \frac{1}{5}\,(22.2 + 22.3 + 22.0 + 22.2 + 22.4)°\text{C} \;=\; 22.22\;°\text{C}$$

y la incertidumbre, **si consideramos una certeza del 95 %,** viene dada por:

$$u_{\,T} = \; t_{1-0.95}(5-1)\cdot s_{\bar{T}} = \; t_{0.05}(4)\cdot\frac{s_T}{\sqrt{5}}$$

donde la función de distribución t de Student se obtiene de la Tabla 2, situada al final de estos apuntes.

$$t_{0.05}(4) \;=\; 2.7765$$

$$s_T \;=\; \sqrt{\frac{1}{4}\left[(22.2-22.22)^2 + \cdots + (22.4-22.22)^2\,\right]\,{}^{0}C^2} \;=\; 0.1483\;°C$$

$$u_T \;= \frac{2.7765\;\cdot\;0.1483}{\sqrt{5}} \;=\; 0.1842 \quad {}^{0}C$$

Nótese que, como consecuencia de que el número de puntos es pequeño, la distribución se separa de la distribución normal, mostrada en la figura 2, y por eso el valor de la t de Student se desvía de 2.

Teniendo en cuenta que:

INCERTIDUMBRE absoluta TOTAL = INCERTIDUMBRE ESCALA + INCERTIDUMBRE ALEATORIA

La incertidumbre total es 0.1 + 0.18 = 0.28 y, por tanto, el resultado final de la medida se debe expresar como:

$$\bar{T} \ = \ T \ \pm u_T \ = \ (22.22 \pm 0.28)\ {}^0C$$

Sin embargo, si en el problema no se indicase la fiabilidad deseada (lo que ocurrirá en general en nuestro laboratorio), nosotros tomaremos como incertidumbre la desviación estándar de la media (es decir, la "t" de Student igual a 1), lo que corresponde a una fiabilidad del orden de 2/3.

$$u_{\ T} = s_{\bar{T}} = \frac{s_T}{\sqrt{5}} = \ 0.0663 \quad {}^0C$$

De modo que la incertidumbre total es 0.1 + 0.066 = 0.166 y, por tanto, el resultado final de la medida se expresaría como:

$$\bar{T} \ = \ T \ \pm u_T \ = \ (22.22 \pm 0.17)\ {}^0C$$

(nótese que como incertidumbre hemos tomado 0.17 en lugar de 0.166. Dicho proceso, denominado **redondeo,** será explicado en el apartado 5).

4.2.2.-<u>Incertidumbre aleatoria de una representación gráfica</u>

Análisis de regresión

Del trabajo en el laboratorio se obtiene habitualmente una serie de datos experimentales representados por N pares de datos $\{x_i,y_i\}$, donde i = 1, · · · ,N. Es habitual buscar una correlación entre estos datos y para ello se intenta encontrar la función matemática y = f (x) que mejor represente la serie de datos experimentales obtenidos en el laboratorio. Mediante un criterio matemático, también es posible dilucidar cuál de las funciones elegidas representa mejor dicha correlación.

Método de ajuste por mínimos cuadrados

De los posibles métodos de regresión, analizaremos el método de ajuste por mínimos cuadrados. Éste se basa en el hecho de que en la mayor parte de los experimentos la incertidumbre en la medida de la variable independiente, x, es menor que la de la variable dependiente, y. Así, teniendo en cuenta esta hipótesis se define un funcional (función de funciones) que representa la desviación de los datos experimentales respecto de la función elegida para describir la correlación entre los datos, $\delta_i = y_i - f(x_i)$

Así, buscaremos la función y = f (x) que minimice la expresión:

$$\Delta^2 = \sum_{i=1}^{N} \delta_i^2 = \sum_{i=1}^{N} (y_i - f(x_i))^2$$

donde $\{x_i, y_i\}$ son los N datos experimentales y f (x) es la función desconocida.

Ajuste lineal

Uno de los casos más habituales se encuentra cuando la dependencia entre los pares de datos es lineal. En este caso, la función es *f (x) = a x + b* , y la función a minimizar depende de los parámetros de ajuste *a* y *b*:

$$\Delta^2(a,b) = \sum_{i=1}^{N} (y_i - (ax_i + b))^2$$

Para obtener los valores de *a* y *b* que mejor representan los datos experimentales tenemos que resolver el sistema de ecuaciones:

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial \Delta^2}{\partial b} = 0$$

Este sistema de ecuaciones es lineal y su solución es

$$\boxed{a = \frac{N \sum x_i \; y_i - \sum x_i \sum y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}}$$

$$\boxed{b = \frac{\sum y_i - a \sum x_i}{N} = \bar{y} - a\,\bar{x}}$$

donde los sumatorios se extienden desde i = 1 hasta N.

Evaluación de la calidad del ajuste

Coeficiente de correlación (*r*). Cuanto más cercano esté el coeficiente de correlación a la unidad, más cercana estará la distribución a una línea recta

$$\boxed{r^2 = \frac{\left(N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i\right)^2}{\left(N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2\right)\left(N \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2\right)}}$$

Incertidumbre del ajuste

Alternativamente podemos definir la desviación estándar del ajuste relacionándola con la desviación de los puntos ajustados respecto de los experimentales. Calculemos los valores de las cantidades:

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum(y_i - f(x_i))^2}{N-2}}$$

$$S_{xx} = \sum_i (x_i - \bar{x})^2$$

porque en función de ellas podemos definir las incertidumbres deseadas como

$$s_a = \frac{s_y}{\sqrt{S_{xx}}} \; ; \qquad \boxed{u_a = s_a\, t_{1-\alpha}(N-2)}$$

$$s_b = s_y \sqrt{\frac{\sum_i x_i^2}{N\, S_{xx}}} \qquad \boxed{u_b = s_b\, t_{1-\alpha}(N-2)}$$

Sin embargo, y al igual que hicimos con la incertidumbre aleatoria en el caso anterior, **en este laboratorio supondremos, por simplicidad, un valor de la t de Student igual a 1, de modo que**

$$\boxed{\boldsymbol{u_a = s_a}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{u_a = s_b}}$$

El cálculo de a, b, s_a y s_b, es bastante tedioso, sin embargo la mayoría de las calculadoras están programadas para calcular estos parámetros sin más que introducir las parejas de datos (x_i,y_i).

<u>Ejemplo2</u>

Una curva de calibración muestra una relación entre la señal de una medida (S_{medida}) y la concentración de analito (C_s) de un conjunto de patrones. La curva de calibración más útil es la línea recta.

Utilizando los datos de la siguiente tabla, encuentre la relación entre S_{medida} y C_s mediante un ajuste lineal por mínimos cuadrados. Expresar la pendiente y la ordenada en el origen con incertidumbres correspondientes a una fiabilidad del 95%.

C_s	S_{medida}
50	*556.512*
54	*600.931*
58	*645.414*
62	*689.818*
66	*734.216*
70	*778.712*

Buscamos un ajuste a una recta de calibración *y=ax+b*. Utilizando las expresiones que acabamos de mostrar obtenemos una pendiente a= 11.10899 y una ordenada en el origen b=1.06093.

Por tanto, la recta que mejor ajusta la relación entre la señal y el analito sería de la forma:

S_{medida} = 11.10899 C_s + 1.06093

Las desviaciones estándar de la regresión (s_y), de la ordenada en el origen (s_b) y de la pendiente (s_a) son, respectivamente, 0.02819, 0.10175 y 0.00168. Por último, las **incertidumbres (para intervalos de confianza del 95%)** de la pendiente y de la ordenada en el origen son:

$$u_a = s_a\, t_{1-\alpha}(N-2) = 0.00168 \times 2{,}776 = 0.00336$$

$$u_b = s_b\, t_{1-\alpha}(N-2) = 0.10175 \times 2{,}776 = 0.2035$$

Teniendo en cuenta dichas incertidumbres, expresamos la pendiente y la ordenada en el origen del siguiente modo:

a= (11.1090± 0.0034)

b= (1.06 ± 0.20)

Ahora bien, en nuestro laboratorio, y mientras no se indique lo contrario (a diferencia de este ejemplo) tomaremos como incertidumbres de a y b los valores s_a y s_b tal cual, lo que corresponde a una "t" igual a la unidad. Procediendo de este modo, el resultado se expresaría de la siguiente manera:

a= (11.1090± 0.0017)

b= (1.06 ± 0.10)

4.3.-Propagación de incertidumbres

Hemos visto cómo se obtiene la incertidumbre de una magnitud medida directamente. En este apartado vamos a ver cómo se propaga la incertidumbre de las magnitudes que se obtienen a partir de otras medidas directamente.

Supongamos que una magnitud física depende funcionalmente de otras:

$$y = f(x_1, x_2, \cdots, x_k) \tag{1}$$

donde x_i representan diferentes magnitudes físicas. De cada una de estas magnitudes se determinan experimentalmente los valores medidos x_i y sus incertidumbres u_{xi} . El valor medido de y se obtiene sustituyendo los valores de las propiedades medidas directamente x_i en la ecuación (1), mientras que la incertidumbre u_y vendrá dada por la ley de propagación de incertidumbres:

$$u_y = \sqrt{u_y^2} = \sqrt{\sum_{i=N}^{K} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u_{x_i}^2}$$

donde las derivadas parciales se evalúan en los valores medidos de x_i. A menudo se utiliza otra expresión para la propagación de las incertidumbres, **que es la que utilizaremos en este laboratorio,**

$$\boxed{u_y = \sum_{i=N}^{K} \left|\frac{\partial f}{\partial x_i}\right| u_{x_i}}$$

en la que se toma el valor absoluto al suponer que la máxima incertidumbre se produce cuando todas las incertidumbres tienen el mismo signo.

Utilizando esta última expresión, la incertidumbre se obtiene como:

Tipo de cálculo	Ejemplo	Desviación estándar de y
Sumas y restas	$y = a + b - c$	$u_y = u_a + u_b + u_c$
Multiplicaciones y divisiones	$y = \frac{a \times b}{c}$	$\frac{u_y}{y} = \frac{u_a}{a} + \frac{u_b}{b} + \frac{u_c}{c}$
Potenciación	$y = a^n$ n=cte	$\frac{u_y}{y} = n \frac{u_a}{a}$
Logaritmos	$y = \ln a$ $y = \log a$	$u_y = \frac{u_a}{a}$ $u_y = \frac{1}{\ln 10} \frac{u_a}{a} \approx 0.434 \frac{u_a}{a}$
Antilogaritmos	$y = e^a$ $y = 10^a$	$\frac{u_y}{y} = u_a$ $\frac{u_y}{y} = (\ln 10)\, u_a \approx 2.303\, u_a$

5.-CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Como hemos visto en el apartado anterior, como consecuencia de que toda medida debe ir acompañada de su incertidumbre, debemos expresar los resultados de las medidas con un número finito de cifras significativas.

5.1.-Concepto de cifra significativa

Podemos entender el concepto de cifra significativa a partir del siguiente ejemplo donde se calcula un área, S = 153.27 cm^2 y su incertidumbre u_s = 1.7564 cm^2. Debemos tener en cuenta ahora que la incertidumbre se conoce solamente de forma aproximada y, **por convenio, fijaremos que se debe expresar como mucho con dos cifras significativas**, u_s = 1.8 cm^2, ya que el resto de las cifras no añaden ninguna información (por tanto no son significativas). Si seguimos el mismo argumento para expresar el valor de la medida, tendremos en cuenta que debemos ser consistentes con la incertidumbre de la misma. Así, cortaremos la magnitud en la misma posición decimal (las décimas en este caso) en la que lo hemos hecho con la incertidumbre. Por ello en vez de mostrar el resultado como S = 153.27cm^2 con una incertidumbre de u_s = 1.8 cm^2, diremos que la medida vale S = (153.3±1.8) cm^2. Así, la medida tiene cuatro cifras significativas, 1, 5, 3, 3, que corresponden con aquellas cifras de las que se está razonablemente seguro de su certeza. Notemos, por último, que al igual que en casos anteriores, hemos redondeado la última cifra elegida (pasamos de 1.7564 cm^2 a 1.8 cm^2). El modo correcto de redondear se explica a continuación.

5.2.-Procedimiento para expresar correctamente una medida: REDONDEO

El procedimiento para escribir correctamente cualquier resultado experimental es:

1. Se determinan los valores de la magnitud x y de su incertidumbre (suma de incertidumbres aleatoria y de escala si ambas existieran).

2. **El valor de la incertidumbre se expresa con dos cifras significativas, redondeando adecuadamente**.

3. **En el valor numérico de la magnitud** que se ha medido **sólo conservaremos las cifras que se encuentran a la izquierda de la misma posición decimal en la que hemos cortado la incertidumbre**, **redondeando adecuadamente**. ¿Por qué? Porque sólo debemos conservar aquellas cifras que conocemos con cierta seguridad. Así, última cifra significativa del dato será la primera que viene afectada por la incertidumbre.

4. En todos los casos las **reglas de redondeo** son:

- **Si la primera cifra despreciable es menor que 5, no se modifica el resultado**. Ejemplo: Si 5.4323 debe redondearse a 3 cifras significativas, entonces se expresará como 5.43.

- **Si la primera cifra despreciable es mayor que 5, se incrementa en una unidad la última cifra significativa**. Ejemplo: 102.3469874 con 5 cifras significativas se expresará 102.35.
- **Si la cifra siguiente a la última que hay que conservar es 5**, entonces
  - **Si no hay otra cifra o sólo ceros después del 5, se redondea al número par más cercano.** Ejemplos: 1.235 ó 1.2350 con 3 cifras significativas se expresará 1.24, mientras que 1.245 ó 1.2450 con 3 cifras significativas se expresará también 1.24.
  - **Cuando hay cifras distintas de cero después del 5, la última cifra que se conserva se aumenta en 1,** sea par o impar. Ejemplo: 1.2453 con 3 cifras se expresará 1.25.

5. Finalmente se expresan claramente magnitud, incertidumbre y unidades, teniendo en cuenta las reglas anteriores.

Expresión correcta de la medida

$$x = (\bar{x} \pm u_x)\ unidades$$

6. Se usan convenientemente las potencias de 10 cuando la magnitud es mayor que 1000 o por debajo de 0.001 con el fin de acortar la longitud del resultado. Así, por ejemplo, 127324 se expresa en notación científica como $1.27324 \cdot 10^5$ y 0.0009864 como $9.864 \cdot 10^{-4}$. Ambas cantidades, $\bar{x}$ y u_x se expresarán simultáneamente en notación decimal, o en la misma potencia de 10. Así, escribiremos $(3.65 \pm 0.12) \cdot 10^{-5}$, pero no $0.0000365 \pm 0.12 \cdot 10^{-5}$ ó $3.65 \cdot 10^{-5} \pm 1.2 \cdot 10^{-6}$

A continuación mostramos algunos ejemplos del uso correcto del redondeo:

Tabla 1: Ejemplos del uso correcto del concepto de cifra significativa

Incorrecto	Correcto
12.3652±0.236586	12.37±0.24
1.02378±0.00635	1.0238±0.0064
7528±35.14	$(7.528 \pm 0.035) \cdot 10^3$
452.512±2.96699	452.5±3.0
0.00003654±0.00000019636	$(3.654 \pm 0.020) \cdot 10^{-5}$
123±0.006854	123.0000±0.0069

Alternativamente se puede utilizar otra notación que simplifica la presentación de los datos. Por ejemplo, 1.0238±0.0064 también se puede expresar como 1.0238(64).

Y para terminar, en el caso de operaciones aritméticas, la **propagación de incertidumbres utilizando cifras significativas,** ha de llevarse a cabo según las siguientes reglas:

a. Multiplicación y división. En este caso la variable con menor número de cifras significativas determina el número de cifras significativas del resultado.
b. Suma y resta. La variable, con menor número de cifras significativas a la derecha del punto decimal, determina el número de cifras significativas, a la derecha del punto decimal, del resultado.

BIBLIOGRAFIA

- Gómez, M.; Matesanz, A.I.; Sánchez, A.; Souza, P. Laboratorio de Química. 2ª ed. Ed. Ediciones UAM, 2005.
- Harvey, David; Química Analítica Moderna, Ed. McGraw-Hill,2002

Tabla 2. Distribución "t" de Student.

Grados de libertad	fiabilidad α					
f	**0.8**	**0.9**	**0.95**	**0.99**	**0.995**	**0.999**
1	3.078	6.314	12.706	63.657	127.321	636.619
2	1.886	2.920	4.303	9.925	14.089	31.598
3	1.638	2.353	3.182	5.841	7.453	12.924
4	1.533	2.132	2.776	4.604	5.598	8.610
5	1.476	2.015	2.571	4.032	4.773	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.707	4.317	5.959
7	1.415	1.895	2.365	3.499	4.029	5.408
8	1.397	1.860	2.306	3.355	3.833	5.041
9	1.383	1.833	2.262	3.250	3.690	4.781
10	1.372	1.812	2.228	3.169	3.581	4.587
11	1.363	1.796	2.201	3.106	3.497	4.437
12	1.356	1.782	2.179	3.055	3.428	4.318
13	1.350	1.771	2.160	3.012	3.372	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.977	3.326	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.947	3.286	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.921	3.252	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.898	3.223	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.878	3.197	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.861	3.174	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.845	3.153	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.831	3.135	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.819	3.119	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.807	3.104	3.768
24	1.318	1.711	2.064	2.797	3.090	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.787	3.078	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.779	3.067	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.771	3.057	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.763	3.047	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.756	3.038	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.750	3.030	3.646
…	…	…	…	…	…	…
∞	1.282	1.645	1.960	2.576	2.807	3.291